

|                                                                                      |                                |                         |                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-------------------------|-------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳                                                    | نام و نام خانوادگی :           | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶ | ساعت شروع: ۱۰ صبح |
| رشته : ریاضی فیزیک                                                                   | پایه : دوازدهم دوره دوم متوسطه | مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه  | تعداد صفحه: ۲     |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹       |                                |                         |                   |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |                                |                         |                   |

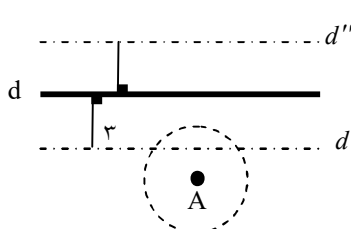
|      |                         |      |
|------|-------------------------|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | نمره |
|------|-------------------------|------|

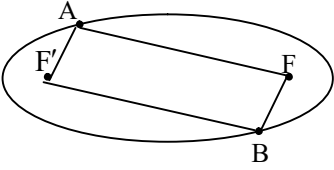
استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱ | <p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید .</p> <p>الف) حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی ..... .</p> <p>ب) در حالتی که صفحه <math>P</math> بر محور سطح مخروطی <math>(I)</math> عمود نباشد و با مولد آن <math>(d)</math> نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک ..... خواهد بود..</p> <p>پ) راس سهمی به معادله <math>y^2 + 2x - 2y = 0</math> نقطه به مختصات ..... است.</p> <p>ت) حاصل ضرب خارجی دو بردار غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> که با هم موازی هستند، برابر بردار ..... است.</p>                   | ۱    |
| ۲ | <p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر برای ماتریس های متمایز <math>A, B</math> و <math>C</math> داشته باشیم، <math>AB=AC</math>، آنگاه لزوماً <math>B=C</math> است</p> <p>ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع <math>d, d'</math> به یک فاصله اند، نیمساز زاویه بین آن دو خط می باشد.</p> <p>پ) نقطه <math>(-2, 3)</math> روی دایره <math>x^2 + y^2 + 2x = 0</math> قرار دارد.</p> <p>ت) برای دو بردار غیر صفر <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math>، حاصل <math>\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0</math> است.</p> | ۱    |
| ۳ | <p>اگر <math>A = [a_{ij}]</math> یک ماتریس <math>3 \times 3</math> با درآیه های <math>a_{ij} = \begin{cases} i-j &amp; i &lt; j \\ 2 &amp; i = j \\ i+j &amp; i &gt; j \end{cases}</math> باشد، درآیه های <math>a_{12}, a_{31}, a_{33}</math> را به دست آورید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                | ۰/۷۵ |
| ۴ | <p>مقادیر <math>X</math> و <math>Y</math> را از معادله زیر به دست آورید.</p> $\begin{bmatrix} x & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & y-2 \end{bmatrix}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ۱    |
| ۵ | <p>اگر <math>A = \begin{bmatrix} 4 &amp; a \\ b &amp; -1 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را طوری به دست آورید که <math>A \times B</math> ماتریس قطری باشد.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱    |
| ۶ | <p>دستگاه مقابل را با استفاده از <math>A^{-1}</math> حل کنید.</p> $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۱/۵  |
|   | « ادامه سوالات در صفحه دوم                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |

|                                                                                |                               |                                                                                      |                   |
|--------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳                                              | نام و نام خانوادگی :          | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶                                                              | ساعت شروع: ۱۰ صبح |
| رشته : ریاضی فیزیک                                                             | پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه                                                                | تعداد صفحه: ۲     |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۹ |                               | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |                   |

| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد)                                                                                                                                                                                                                                       | نمره     |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| ۷    | اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $I_3$ ماتریس همانی $3 \times 3$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.<br>$ A \times B  +  2I_3  =$ | ۱/۲۵     |
| ۸    | نقطه $A$ و خط $d$ در صفحه مفروض اند. نقطه ای را بیابید که از $A$ به فاصله ۲ سانتی متر و از خط $d$ به فاصله ۳ سانتی متر باشد. بحث کنید.                                                                                                                        | ۱/۵      |
| ۹    | معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = -5$ بر آن مماس باشد.                                                                                                                                     | ۱/۲۵     |
| ۱۰   | وضعیت دو دایره $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + (y-1)^2 = 1$ را نسبت به هم مشخص کنید.                                                                                                                                                                                 | ۲        |
| ۱۱   | دو نقطه $A$ و $B$ مطابق شکل روی بیضی و نقاط $F$ و $F'$ کانون‌های بیضی‌اند. اگر $AF' = BF$ باشد ثابت کنید دوپاره خط $AF$ و $BF'$ موازی‌اند.                                                                                                                    | ۱        |
| ۱۲   | معادله سهمی را بنویسید که رأس $A(1, 2)$ و $F(1, -2)$ کانون آن باشد، و سپس معادله خط هادی آن را بیابید.                                                                                                                                                        | ۱/۲۵     |
| ۱۳   | نقاط $A = (1, 2, 1)$ و $B = (2, 2, 1)$ و $C = (3, 2, -1)$ را در فضا در نظر می‌گیریم، کدام‌ها روی خط $\begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ قرار دارند؟ چرا؟                                                                                               | ۱        |
| ۱۴   | دو بردار $\vec{a} = (1, 2, -1)$ و $\vec{b} = (0, 2, -1)$ را در نظر بگیرید.<br>الف) بردار $\vec{a}$ در کدام ناحیه از فضای $\mathbb{R}^3$ واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود)<br>ب) طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ را به دست آورید.                                 | ۱/۵      |
| ۱۵   | برای هر دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ثابت کنید: اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ باشد آنگاه $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برهم عمودند.                                                                                                                       | ۱        |
| ۱۶   | بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار $\vec{a}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ بیابید.                                                                                                                    | ۱        |
| ۱۷   | مساحت متوازی الاضلاعی را به دست آورید که توسط دو بردار $\vec{a} = (3, 2, 1)$ و $\vec{b} = (2, 0, 1)$ به وجود می‌آید.                                                                                                                                          | ۱        |
|      | موفق و سربلند باشید .                                                                                                                                                                                                                                         | جمع نمره |
|      |                                                                                                                                                                                                                                                               | ۲۰       |

|                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |  |                                                     |  |                       |      |
|------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|--|-----------------------------------------------------|--|-----------------------|------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | رشته: ریاضی فیزیک |  | ساعت شروع: ۱۰ صبح                                   |  | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |      |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |  | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶                             |  |                       |      |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |  | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://aee.medu.ir |  |                       |      |
| ردیف                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | راهنمای تصحیح     |  |                                                     |  | نمره                  |      |
| ۱                                                                      | الف) ندارد (۰/۲۵)    ب) بیضی (۰/۲۵)    پ) $(\frac{1}{2}, 1)$ (۰/۲۵)    ت) صفر (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                   |  |                                                     |  |                       | ۱    |
| ۲                                                                      | الف) نادرست (۰/۲۵)    ب) درست (۰/۲۵)    پ) نادرست (۰/۲۵)    ت) درست (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                   |  |                                                     |  |                       | ۱    |
| ۳                                                                      | $a_{۳۳} = ۲(۰/۲۵), a_{۳۱} = ۳ + ۱ = ۴(۰/۲۵), a_{۱۲} = ۱ - ۲ = -۱(۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                   |  |                                                     |  |                       | ۰/۷۵ |
| ۴                                                                      | $\underbrace{\begin{bmatrix} 2x & 4x-2 \end{bmatrix}}_{۰/۵} = \underbrace{\begin{bmatrix} 4 & y-2 \end{bmatrix}}_{۰/۵} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 4 \Rightarrow x = 2(۰/۲۵) \\ 4x - 2 = y - 2 \Rightarrow y = 8(۰/۲۵) \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                   |  |                                                     |  |                       | ۱    |
| ۵                                                                      | $\underbrace{A \times B}_{۰/۵} = \underbrace{\begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix}}_{۰/۵} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 8 = 0 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4(۰/۲۵) \\ b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3(۰/۲۵) \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |  |                                                     |  |                       | ۱    |
| ۶                                                                      | $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} (۰/۲۵),  A  = 3 + 10 = 13 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} (۰/۲۵), B = \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix}$<br>$\underbrace{X}_{۰/۲۵} = \underbrace{A^{-1} \times B}_{(۰/۲۵)} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} -1+40 \\ 2+24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3, y = 2(۰/۵)$                                                                                                                                                   |                   |  |                                                     |  |                       | ۱/۵  |
| ۷                                                                      | $ A  = (4 - 9 - 4) - (-4 - 12 + 3) = -9 + 13 = 4 \quad (۰/۲۵),  B  = -6 \quad (۰/۲۵)$<br>$ A \times B  +  2I_3  = \underbrace{ A  \times  B }_{۰/۵} + \underbrace{8 I }_{۰/۲۵} = -24 + 8 = -16$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |  |                                                     |  |                       | ۱/۲۵ |
| ۸                                                                      | <p>مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله ۲ سانتی متر باشد یک دایره به مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر است این دایره را رسم می کنیم (۰/۲۵) نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد دو خط d', d'' در طرفین خط d و به موازات d است این دو خط را رسم می کنیم (۰/۲۵) محل برخورد دو خط d', d'' با دایره مطابق شکل جواب مساله است.</p> <p>اگر یکی از دو خط d' یا d'' دایره را قطع کند مساله ۲ جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>اگر یکی از دو خط d' یا d'' بر دایره مماس باشد مساله ۱ جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>اگر هیچ یک از دو خط d' یا d'' دایره را قطع نکند مساله جواب ندارد. (۰/۲۵)</p>  <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> |                   |  |                                                     |  |                       | ۱/۵  |
| « ادامه در صفحه دوم »                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                   |  |                                                     |  |                       |      |

|                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                     |                        |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳                                | رشته: ریاضی فیزیک                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | ساعت شروع: ۱۰ صبح                                   | مدّت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۱/۶                             |                        |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۹ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br>http://ace.medu.ir |                        |
| ردیف                                                                   | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                     |                        |
| ۹                                                                      | $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=2 \text{ (۰/۲۵)} \\ y=-1 \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}, r = \frac{ 4(2)+3(-1)+5 }{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ (۰/۵)}$ <p>مرکز دایره <math>O(2, -1)</math> و شعاع آن برابر <math>r = 2</math> است. معادله دایره برابر با: <math>(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4</math> (۰/۲۵) است.</p>                                                                                                                                                                                        |                                                     |                        |
| ۱۰                                                                     | <p>مرکز و شعاع دایره <math>x^2 + y^2 = 1</math> برابر است با: <math>O = (0, 0), r = 1</math> (۰/۵)</p> <p>و مرکز و شعاع دایره <math>x^2 + (y-1)^2 = 1</math> برابر <math>O' = (0, 1), r' = 1</math> (۰/۵)</p> <p>فاصله دو مرکز برابر <math>OO' = \sqrt{2}</math> (۰/۲۵) و <math>r - r' = 0</math> و <math>r + r' = 2</math> (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵) <math> r - r'  &lt; OO' &lt; r + r'</math></p> <p>بنابراین دو دایره متقاطع اند (۰/۲۵)</p>                                                                                                          |                                                     |                        |
| ۱۱                                                                     | <p>نقاط A و B را به کانون های بیضی وصل می کنیم</p>  <p>نقطه A روی بیضی قرار دارد بنا به تعریف بیضی (۱) <math>AF + AF' = 2a</math> (۰/۲۵)</p> <p>نقطه B روی بیضی قرار دارد (۲) <math>BF + BF' = 2a</math> (۰/۲۵)</p> <p>از (۱) و (۲) و فرض <math>AF' = BF</math> نتیجه می شود <math>AF = BF'</math> (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین چهارضلعی <math>AFBF'</math> یک متوازی الاضلاع است در متوازی الاضلاع، ضلع های روبرو موازی اند. <math>AF \parallel BF'</math> (۰/۲۵)</p> |                                                     |                        |
| ۱۲                                                                     | <p>با توجه به جایگاه راس و کانون این سهمی در دستگاه مختصات خواهیم داشت:</p> <p>سهمی رو به پایین و <math>a = 4</math> (۰/۲۵)</p> <p>معادله سهمی: <math>(x-1)^2 = -16(y-2)</math> (۰/۵)</p> <p>معادله خط هادی: <math>y = 6</math> (۰/۵)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                     |                        |
| ۱۳                                                                     | <p>نقاط A, B (۰/۵) زیرا در این دونقطه <math>y = 2</math> و <math>z = 1</math> می باشد. (۰/۵)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                     |                        |
| ۱۴                                                                     | <p>الف) بردار <math>\vec{a}</math> در ناحیه ۵ واقع است. (۰/۵)</p> <p>ب) <math>2\vec{a} - \vec{b} = (2, 2, -1) \Rightarrow  2\vec{a} - \vec{b}  = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3</math> (۰/۵)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                     |                        |
| ۱۵                                                                     | $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \underbrace{ \vec{a}   \vec{b}  \cos \theta}_{\text{۰/۵}} = 0 \Rightarrow \underbrace{\cos \theta}_{\text{۰/۲۵}} = 0 \Rightarrow \underbrace{\theta}_{\text{۰/۲۵}} = \frac{\pi}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                     |                        |
|                                                                        | « ادامه در صفحه سوم »                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                     |                        |

|                                                                               |                          |                                                                                      |                              |
|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: <b>هندسه ۳</b>                                | رشته: <b>ریاضی فیزیک</b> | ساعت شروع: <b>۱۰ صبح</b>                                                             | مدت امتحان: <b>۱۳۵ دقیقه</b> |
| پایه <b>دوازدهم</b> دوره دوم متوسطه                                           |                          | تاریخ امتحان: <b>۱۳۹۹/۱۱/۶</b>                                                       |                              |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال <b>۱۳۹۹</b> |                          | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی<br><a href="http://ace.medu.ir">http://ace.medu.ir</a> |                              |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | نمره     |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| ۱۶   | $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{2+1+0}{1+1+0} (1, -1, 0) = \frac{3}{2} (1, -1, 0)$ <p style="text-align: center;"> <span style="margin-right: 100px;"><math>\underbrace{\hspace{10em}}_{0/25}</math></span> <span style="margin-right: 100px;"><math>\underbrace{\hspace{10em}}_{0/5}</math></span> <span><math>\underbrace{\hspace{10em}}_{0/25}</math></span> </p> | ۱        |
| ۱۷   | $\vec{a} \times \vec{b} = (3, 2, 1) \times (2, 0, 1) = (2, -1, -4) \quad (0/5)$<br>$S =  \vec{a} \times \vec{b}  = \sqrt{4+1+16} = \sqrt{21} \quad (0/5)$                                                                                                                                                                                                                                                  | ۱        |
|      | موفق و سربلند باشید                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | جمع نمره |
|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | ۲۰       |

" مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "