

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته : ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی :	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است .

سوالات فصل اول

۲/۲۵	۱	الف) اگر $A = \begin{bmatrix} m & 0 \\ m-2 & n \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر باشد مقادیر m و n را بیابید. ب) اگر $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ ، $b_{ij} = \begin{cases} i+1 & i=j \\ j-2 & i < j \\ 1 & i > j \end{cases}$ ماتریس B را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. پ) ماتریس $(B^2 + 2I)$ را محاسبه کنید. (I ماتریس همانی مرتبه سه است)
۱/۵	۲	اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، نشان دهید: $(\Delta A)^{-1} = \frac{1}{\Delta} A^{-1}$
۱	۳	با استفاده از ویژگی‌های ضرب ماتریس‌ها و ماتریس همانی I درستی رابطه زیر را ثابت کنید: $(A - 3I)^2 = A^2 - 6A + 9I$
۱/۲۵	۴	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، حاصل $ -\frac{1}{2}A^4 $ را به دست آورید.

سوالات فصل دوم

۰/۵	۵	الف) هرگاه دو خط d و l موازی باشند، از دوران d حول l سطحی ایجاد می‌شود. اگر صفحه P بر خط l عمود باشد، سطح مقطع صفحه P و سطح ایجاد شده بیضی است. (درست-نادرست) ب) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت یک، که بر دایره $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ مماس خارج باشند، دایره‌ای به مرکز $O(1, -2)$ و شعاع است.
۱/۲۵	۶	معادله دایره‌ای را بنویسید که $O(2, -1)$ مرکز آن بوده و از خط $3x - 4y + 10 = 0$ و تری به طول ۶ جدا کند.
۱	۷	در دایره به معادله ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ با استفاده از روش مربع کامل، ثابت کنید شعاع دایره برابر با $r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$ است.
۱/۲۵	۸	در یک بیضی مختصات کانون‌ها $F(4, 0)$ و $F'(-2, 0)$ و طول قطر بزرگ برابر با ۱۰ است. اگر نقطه $P(1, m)$ روی این بیضی قرار داشته باشد، مقدار m را بیابید.
ادامه سوالات در صفحه دوم		

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته : ریاضی- فیزیک	نام و نام خانوادگی :	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۹	بیضی با قطر بزرگ ۲a، قطر کوچک ۲b و کانون های F و F' مطابق شکل روبه رو مفروض است. اگر خطی در کانون F بر قطر کانونی عمود باشد و بیضی را در نقطه D قطع کند، ثابت کنید : $DF = \frac{b^2}{a}$	۱/۲۵
۱۰	معادله سهمی را بنویسید که F(-۳, ۲) مختصات کانون و معادله خط هادی آن $x = 1$ باشد.	۱/۲۵
۱۱	مختصات نقاط برخورد سهمی $y^2 + 7x + 5 = 0$ و دایره $x^2 + y^2 = 25$ را به دست آورید.	۱/۵
سؤالات فصل سوم		
۱۲	الف) معادله صفحه ای که بر محور Z ها در نقطه به مختصات $A = (0, 0, 3)$ عمود باشد، به صورت است. ب) شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط $-2 < y \leq -1$, $y < -x^2 + 1$ را در فضای دو بعدی رسم کنید.	۱/۲۵
۱۳	اگر زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (2, -1, n)$ و $\vec{b} = (1, 0, -1)$ برابر با ۱۳۵ درجه باشد، مقدار n را بیابید.	۱/۵
۱۴	ثابت کنید اگر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در یک راستا باشند، آنگاه تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b}$ ، برابر خود $\vec{a}$ می شود.	۱/۲۵
۱۵	سه بردار $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{c} = (0, 2, 1)$ را در نظر بگیرید : الف) طول بردار $2\vec{b} - \vec{c}$ را به دست آورید. ب) مساحت متوازی الاضلاع که روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{c} + \vec{b}$ ایجاد می شود را به دست آورید.	۲
	موفق و سربلند باشید	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی- فیزیک		ساعت شروع: ۱۰: صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه				
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱						
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشوری ماه سال ۱۴۰۱				مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir						
ردیف		راهنمای تصحیح					نمره			
۱		(الف) ص ۱۲ $m - 2 = 0 \xrightarrow{(0/25)} m = 2 \quad (0/25) \quad n = m = 2 \quad (0/25)$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (0/5)$ $(B^T + 2I) = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 8 \\ 7 & 7 & 18 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 6 \\ 6 & 12 & 8 \\ 7 & 7 & 20 \end{bmatrix} \quad (0/25)$					۲/۲۵			
۲		ص ۲۱ (ب) ص ۱۹ و ۲۰ (پ)					۱/۵			
		$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad (0/5) \rightarrow \frac{1}{5} A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} \quad (0/25)$ $5A = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} \quad (0/25) \rightarrow (5A)^{-1} = \frac{1}{-50} \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{bmatrix} \quad (0/25)$								
۳		$(A - 3I)^T = \underbrace{(A - 3I)(A - 3I)}_{(0/25)} = \underbrace{A^T - 3AI - 3IA + 9I^T}_{(0/25)} \stackrel{AI=IA=A}{=} \underbrace{A^T - 6A + 9I}_{I^T=I} \quad (0/5)$					ص ۱۹ و ۳۱		۱	
۴		$ A = 2 \quad (0/5), \quad \left -\frac{1}{2} A^T \right = \underbrace{\left(-\frac{1}{2} \right)^T}_{(0/5)} A ^T = -2 \quad (0/25)$					ص ۲۸ و ۳۱		۱/۲۵	
۵		الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۳۹ ب) ۵ (۰/۲۵) ص ۳۹							۰/۵	
۶		از مرکز دایره بر وتر عمود می کنیم عمود OH وتر AB را نصف می کند. $AH = \frac{1}{2} AB = 3 \quad (0/25)$ $OH = \frac{ 3(2) - 4(-1) + 10 }{\sqrt{9+16}} = 4 \quad (0/5)$ $OA^T = OH^T + AH^T \rightarrow r^T = (4)^T + (3)^T = 25 \quad (0/25), \quad (x-2)^T + (y+1)^T = 25 \quad (0/25)$					ص ۴۳		۱/۲۵	
		« ادامه در صفحه دوم »								

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی- فیزیک		ساعت شروع: ۱۰: صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشوردی ماه سال ۱۴۰۱				مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف		راهنمای تصحیح					نمره
۷		$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \rightarrow \left(x^2 + ax + \frac{a^2}{4}\right) + \left(y^2 + by + \frac{b^2}{4}\right) = -c + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} \quad (۰/۵)$ $\underbrace{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2}_{(۰/۲۵)} = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \rightarrow r^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \xrightarrow{(۰/۲۵)} r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$					ص ۴۱
۸		$PF + PF' = 2a \xrightarrow{(۰/۲۵)} \sqrt{9 + m^2} + \sqrt{9 + m^2} = 10 \xrightarrow{(۰/۵)} m = \pm 4 \quad (۰/۵)$					ص ۴۸
۹		نقطه D روی بیضی قرار دارد، بنا به تعریف بیضی: $DF + DF' = 2a \quad (۰/۲۵)$ در مثلث قائم الزاویه $DF F'$ بنا به قضیه فیثاغورث داریم: $DF^2 + FF'^2 = DF'^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} DF^2 + (2c)^2 = (2a - DF)^2 \quad (۰/۲۵)$ $DF = \frac{a^2 - c^2}{a} \xrightarrow[(۰/۵)]{a^2 - c^2 = b^2} DF = \frac{b^2}{a}$					
۱۰		با توجه به جایگاه کانون و معادله خط هادی، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می باشد. $(۰/۲۵)$ مختصات راس سهمی $A(-1, 2) \quad (۰/۲۵)$، در این سهمی $a = AF = 2 \quad (۰/۲۵)$ معادله آن برابر است با: $(y - 2)^2 = -8(x + 1) \quad (۰/۵)$					ص ۵۸
۱۱		$\begin{cases} y^2 + 7x + 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \rightarrow x^2 + (-7x - 5) = 25 \xrightarrow{(۰/۲۵)} x^2 - 7x - 30 = 0$ $x = -3, x = 10 \quad (۰/۵)$ $\begin{cases} x = -3 \rightarrow y^2 = 16 \rightarrow y = \pm 4 \xrightarrow{(۰/۲۵)} (-3, 4), (-3, -4) \\ x = 10 \rightarrow y^2 = -75 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ غ ق ق					ص ۵۸
۱۲		الف) $Z = 3 \quad (۰/۲۵)$ ص ۶۸ ب) رسم نمودار (به طوری که خط و خط چین مشخص باشد). (۱)					ص ۶۳
		«ادامه در صفحه سوم»					

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی- فیزیک		ساعت شروع: ۱۰ صبح		مدّت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۲۱			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشوردی ماه سال ۱۴۰۱				مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف		راهنمای تصحیح					نمره
۱۳		$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} } \xrightarrow{(\cdot/25)} -\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-n}{\sqrt{2} \times \sqrt{4+1+n^2}} \xrightarrow{(\cdot/5)} \frac{n-2}{\sqrt{n^2+5}} = 1 \quad (\cdot/25)$ $n^2 + 5 = n^2 - 4n + 4 \xrightarrow{(\cdot/25)} n = -\frac{1}{4} \quad (\cdot/25)$					ص ۷۸
۱۴		$\vec{a} = r \vec{b} \quad (\cdot/25)$ $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{(\vec{r}\vec{b}) \cdot \vec{b}}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = \frac{r \vec{b} ^2}{ \vec{b} ^2} \vec{b} = r \vec{b} = \vec{a}$ $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{(\cdot/25)} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{(\cdot/25)} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{(\cdot/25)} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{(\cdot/25)}$					ص ۸۰
۱۵		$\vec{r}\vec{b} = (2, 0, 2) \quad (\cdot/25), \quad \vec{r}\vec{b} - \vec{c} = (2, -2, 1) = 3 \quad (\cdot/5)$ $\vec{b} + \vec{c} = (1, 2, 2) \quad (\cdot/25)$ $S = \left \underbrace{\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})}_{(\cdot/25)} \right = \left \underbrace{(8, -5, 1)}_{(\cdot/5)} \right = 3\sqrt{10} \quad (\cdot/25)$					الف) ص ۷۶ ب) ص ۸۱
		"مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"					۲۰